

Betrachtungen zur Kosmologie

Steffen Haase, BRD, Leipzig

Zusammenfassung:

Während in der einschlägigen Fachliteratur beim Ableiten des Hubble-Gesetzes eine jede beobachtete Galaxie in den Koordinatenursprung bei $r = 0$ versetzt wird, was einer Einschränkung der Allgemeinheit gleichkommt, werden hier extragalaktische Objekte betrachtet, die sich natürlicherweise irgendwo zwischen dem Beobachter und dem Koordinatenursprung befinden. Hierdurch ergibt sich ein von der Literatur abweichender Rotverschiebungsabstand, der im zweiten Teil des Aufsatzes erfolgreich mit den Messergebnissen der Astrophysik verglichen wird.

Abstract:

.....

Inhaltsverzeichnis:

1. Ableitung kosmologisch relevanter Beziehungen.....	1
1.1 Vorbetrachtungen.....	1
1.2 Der Rotverschiebungsabstand.....	3
1.3 Das Hubble-Gesetz.....	7
1.4 Das Winkelausdehnungs-Rotverschiebungs-Gesetz.....	7
1.5 Das Anzahl-Rotverschiebungs-Gesetz.....	8
2. Der Vergleich mit Messergebnissen der Astrophysik.....	8
2.1 Hubble-Diagramm.....	8
2.2 Winkelausdehnungs-Rotverschiebungs-Diagramm.....	11
2.3 Anzahl-Rotverschiebungs-Diagramm.....	12
3. Anhang.....	13

Abbildungsverzeichnis:

Abbildung 1: Hubble-Diagramm nach J. Huchra (1983).....	9
Abbildung 2: Hubble-Diagramm von Galaxien mit bekannter absoluter Helligkeit.....	10
Abbildung 3: Hubble-Diagramm für 48690 Quasare nach M.-P. Véron-Cetty (2003).....	11
Abbildung 4: Winkelausdehnungs-Rotverschiebungs-Diagramm nach K. Nilsson (1993).....	12
Abbildung 5: Anzahl-Rotverschiebungs-Diagramm für 48690 Quasare nach M.-P. Véron-Cetty (2003).....	12

Tabellenverzeichnis:

Tabelle 1: Einige Galaxien mit bekannter absoluter Helligkeit.....	10
---	-----------

1. Ableitung kosmologisch relevanter Beziehungen

1.1 Vorbetrachtungen

Die Robertson-Walker-Metrik (RWM)

$$(1) \quad ds^2 = c^2 dt^2 - S^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - \epsilon r^2} + r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2) \right]$$

ergibt sich aus der Forderung nach der Gültigkeit des sogenannten Kosmologischen Prinzips. Sie wird in der theoretischen Kosmologie verwendet, um die bei der zeitlichen Entwicklung des Weltalls erhalten bleibende Homogenität und Isotropie mathematisch richtig beschreiben zu können. Speziell aus der Forderung der Homogenität folgt, dass alle extragalaktischen Objekte im Verlauf der zeitlichen Entwicklung des Universums an ihrem Koordinatenort r verbleiben, d.h. der Koordinatenabstand zwischen beliebig herausgegriffenen Galaxien ändert sich mit der Zeit nicht, die Galaxien ruhen in diesem Koordinatensystem. Aus diesem Grund gilt $dr/dt = 0$.

Für die frei beweglichen Photonen trifft dies nicht zu: Sie lösen sich zu einem bestimmten Zeitpunkt an einem bestimmten Koordinatenort von einer Galaxie, um dann später an einem ganz anderen Koordinatenort absorbiert zu werden. Zwischen beiden Zeitpunkten verändert sich außerdem der zeitabhängige Skalenparameter $S(t)$, der sämtliche physikalischen Abstände dehnt.

Wir führen hier für den Koordinatenort der das Licht emittierenden Galaxie die Bezeichnung r_Q (Index **Q**: Quelle des Lichtes) ein und nennen den Koordinatenort der Galaxie, in der sich der Beobachter aufhält, r_S (Index **S**: Senke des Lichtes). Im hier betrachteten euklidischen Raum ($\varepsilon = 0$) markieren beide Größen den Koordinatenabstand vom Koordinatenursprung $r = 0$. Der konstant bleibende Koordinatenabstand zwischen beiden Galaxien berechnet sich demnach zu $r_S - r_Q$, wenn wir annehmen, dass die Galaxie des Beobachters vom Koordinatenursprung weiter entfernt ist, als die das Licht emittierende Galaxie. Das Licht soll sich also innerhalb der kugelförmig gedachten Massenverteilung, die als einfaches Modell für das Universum dient, von innen nach außen bewegen (in der RWM lässt es sich ganz einfach einrichten, dass alle Richtungen von radialer Art sind). Aufgrund der messtechnisch festgestellten Expansion des Universums wissen wir, dass im Verlauf der kosmischen Entwicklung sämtliche Abstände über den zeitabhängigen Skalenparameter $S(t)$ gemäß der Friedmann-Gleichung

$$(2) \quad \left(\frac{dS}{dt} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho S^2$$

gestreckt werden. Diese Gleichung ergibt sich, wenn die Einsteinschen Gleichungen mit Hilfe der RWM gelöst werden. Für das Produkt aus der Materiedichte ρ und der dritten Potenz des Skalenparameters gilt dann außerdem der Erhaltungssatz

$$(3) \quad \rho S^3 = A \quad ,$$

d.h. A ist eine Konstante, die im wesentlichen der Masse des sichtbaren Teils vom Universums (eine Friedmann-Kugel) entspricht. Wegen Gleichung (3) kann auch geschrieben werden

$$(4) \quad A = \rho(t_A) S^3(t_A) = \rho(t_E) S^3(t_E) = \rho_A S_A^3 = \rho_E S_E^3 \quad ,$$

wobei ρ_E bzw. ρ_A die Dichten vom Universum und S_E bzw. S_A die Skalenparameter zu zwei verschiedenen Zeitpunkten t_E (Emissionszeitpunkt) bzw. t_A (Absorptionszeitpunkt; heute) bezeichnen. Für die Friedmann-Gleichung folgt mit (3)

$$(5) \quad \left(\frac{dS}{dt} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \frac{A}{S} = \frac{B}{S} \quad .$$

Mit B wurde eine andere Konstante eingeführt. Das Verwenden des Massenerhaltungssatzes (3) bedeutet zugleich, dass sich die für die Expansion verantwortliche Masse des Universums innerhalb einer Friedmann-Kugel mit dem gerade aktuellen „Radius“ S befindet. Dies gilt für alle Zeitpunkte. "Radius" wurde hier geschrieben, weil S nicht die Bedeutung eines wirklichen physikalischen Radius hat. Erst dem Produkt aus Radialkoordinate r und Skalenparameter S kommt diese Bedeutung zu, wie wir sogleich sehen werden.

Für eine im Koordinatensystem der RWM ruhende Galaxie wird der tatsächliche physikalische Abstand vom Koordinatenursprung über

$$(6) \quad R(t) = S(t) \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1 - \varepsilon r^2}} = S(t) r$$

berechnet, wenn $\varepsilon = 0$ beachtet wird. In diesem Fall hängt r nicht von der Zeit ab. Der physikalische Abstand der das Licht emittierenden Galaxie vom Koordinatenursprung zum Zeitpunkt t_E ist demzufolge

$$(7) \quad R_Q(t_E) = S(t_E) r_Q = S_E r_Q \quad ,$$

während für den analogen Abstand der Galaxie mit dem Beobachter zum gleichen Zeitpunkt

$$(8) \quad R_S(t_E) = S(t_E)r_S = S_E r_S$$

gilt. Der physikalische Abstand beider Galaxien zum Zeitpunkt t_E ist daher

$$(9) \quad D(t_E) = S_E r_S - S_E r_Q = S_E (r_S - r_Q) \quad .$$

Für den Abstand zwischen beiden kosmischen Objekten zu einem anderen Zeitpunkt $t_A > t_E$ gilt dann

$$(10) \quad D(t_A) = S_A r_S - S_A r_Q = S_A (r_S - r_Q) \quad .$$

Beide bisher genannten Abstände sind aber für die Berechnung kosmologisch relevanter Beziehungen wertlos, da die emittierten Photonen einen Weg zum Beobachter zurücklegen, der über

$$(11) \quad D = S_A r_S - S_E r_Q$$

zu berechnen ist. Um das einzusehen, denke man sich ein Photon, dass sich zum Zeitpunkt $t_E < t_A$ von der emittierenden Galaxie am Koordinatenort r_Q löst, wobei der Skalenparameter zu dieser Zeit den Wert S_E hat. Nachdem sich das Photon frei durch das Universum bewegt hat, trifft es beim Beobachter innerhalb einer anderen Galaxie am Koordinatenort r_S zum Zeitpunkt t_A ein, wobei der Skalenparameter zu dieser Zeit den Wert S_A hat. Das Photon legt also weder den durch die Gleichung (9) noch den durch Gleichung (10) beschriebenen Weg zurück. Der tatsächlich zurückgelegte Lichtweg ist immer größer als jede einzelne dieser Strecken. Das gilt es bei der Ableitung des Hubble-Gesetzes zu beachten. Diese Anmerkungen mögen als Vorbetrachtung für die nun folgende Ableitung des Helligkeitsabstandes ausreichend sein.

1.2 Der Rotverschiebungsabstand

Wir wollen jetzt untersuchen, wie der von der Rotverschiebung z abhängige Helligkeitsabstand (entspricht dem Photonenweg) formelmäßig aussieht, wenn das Integral

$$(12) \quad \int_{r_Q}^{r_S} dr = \int_{t_E}^{t_A} \frac{c dt}{S(t)}$$

verwendet wird. Dieses Integral ergibt sich für $\varepsilon = 0$, wenn in der RWM das Linienelement ds gleich null gesetzt wird. Durch Gleichung (12) wird die Bewegung von Photonen im Universum beschrieben, die sich auf den Weg vom Koordinatenort r_Q zum Koordinatenort r_S begeben.

Während der Reisezeit der Photonen verändert sich der Skalenparameter von S_E auf S_A . Wird das Zeitdifferential mit Hilfe der Friedmann-Gleichung (5) ersetzt, folgt aus Gleichung (12)

$$(13) \quad \int_{r_Q}^{r_S} dr = \frac{c}{\sqrt{B}} \int_{S_E}^{S_A} \frac{dS}{\sqrt{S}} \quad ,$$

oder nach der Ausführung des Integrals

$$(14) \quad r_S - r_Q = \frac{2c}{\sqrt{B}} \left(\sqrt{S_A} - \sqrt{S_E} \right) \quad .$$

Hier multiplizieren wir beide Seiten mit S_A und ziehen gleichzeitig die Wurzel von S_A aus den eckigen Klammern heraus:

$$(15) \quad S_A r_S - S_A r_Q = \frac{2c}{\sqrt{B}} S_A^{3/2} \left(1 - \sqrt{\frac{S_E}{S_A}} \right) \quad .$$

Auf der linken Seite der Gleichung (15) steht noch nicht der tatsächlich vom Photon zurückgelegte Weg, sondern der heutige physikalische Abstand der beiden beteiligten Galaxien.

Wir führen nun die Rotverschiebung ein. Hierzu erinnern wir uns an den einfachen Zusammenhang zwischen den Skalenparametern zu zwei verschiedenen Zeitpunkten und der Rotverschiebung z :

$$(16a, b, c) \quad \frac{S_A}{S_E} = 1 + z \quad \text{bzw.} \quad \frac{S_E}{S_A} = \frac{1}{1 + z} \quad \text{bzw.} \quad S_A = (1 + z)S_E \quad .$$

Wird Gleichung (16b) in die Gleichung (15) eingesetzt, ergibt sich

$$(17) \quad S_A r_S - S_A r_Q = \frac{2c}{\sqrt{B}} S_A^{3/2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + z}} \right) \quad .$$

Als nächstes müssen alle unbekannten Variablen aus der Gleichung (17) beseitigt werden. Zuerst verwenden wir den Erhaltungssatz (4) im Zusammenhang mit Gleichung (5), um S_A auf der rechten Seite von Gleichung (17) zu eliminieren. Das Ergebnis ist

$$(18) \quad S_A r_S - S_A r_Q = \frac{2c}{\sqrt{\frac{8\pi G \rho_A}{3}}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + z}} \right) \quad ,$$

worin ρ_A die heutige Massendichte vom Universum beschreibt.

Zur weiteren Ableitung des Helligkeitsabstand berücksichtigen wir jetzt die Gleichung (16c)

$$(19) \quad S_A r_S - (1 + z) S_E r_Q = \frac{2c}{\sqrt{\frac{8\pi G \rho_A}{3}}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + z}} \right) \quad ,$$

um anschließend den mit Gleichung (11) eingeführten Lichtweg D

$$(11a) \quad S_E r_Q = S_A r_S - D$$

vom sich bewegenden Photon auszunutzen:

$$(20) \quad S_A r_S - (1 + z)(S_A r_S - D) = \frac{2c}{\sqrt{\frac{8\pi G \rho_A}{3}}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + z}} \right) \quad .$$

Die weitere Rechnung ergibt durch geeignetes schrittweises Ausklammern und Zusammenfassen

$$(21) \quad S_A r_S - (1 + z) S_A r_S + (1 + z) D = \frac{2c}{\sqrt{\frac{8\pi G \rho_A}{3}}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + z}} \right)$$

oder

$$(22) \quad - S_A r_S z + (1 + z) D = \frac{2c}{\sqrt{\frac{8\pi G \rho_A}{3}}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + z}} \right)$$

bzw.

$$(23) \quad (1+z)D = \frac{2c}{\sqrt{\frac{8\pi G\rho_A}{3}}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}}\right) + S_A r_S z \quad .$$

Nun klammern wir auf der rechten Seite von Gleichung (23) $S_A r_S$ aus, wodurch sich

$$(24) \quad (1+z)D = S_A r_S \left[\frac{2c}{S_A r_S \sqrt{\frac{8\pi G\rho_A}{3}}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}}\right) + z \right]$$

ergibt. Wir führen $D_A = S_A r_S$ als Abkürzung für den heutigen physikalischen Ort des Beobachters ein und lösen Gleichung (24) nach D auf

$$(25) \quad D = \frac{D_A}{(1+z)} \left[\frac{2c}{D_A \sqrt{\frac{8\pi G\rho_A}{3}}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}}\right) + z \right] \quad .$$

Als weitere Abkürzung verwenden wir

$$(26) \quad \frac{1}{\beta} = \frac{2c}{D_A \sqrt{\frac{8\pi G\rho_A}{3}}} = \frac{c}{V} = \gamma \quad ,$$

wodurch sich

$$(27) \quad D(z; D_A, \beta) = \frac{D_A}{(1+z)} \left[\frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}}\right) + z \right]$$

ergibt. Der Rotverschiebungsabstand D ist demnach eine Funktion von z und zwei Parametern, die durch Anpassung der Gleichung an die astrophysikalischen Messwerte bestimmt werden können. Für den zweiten Parameter wurde die Bezeichnung β gewählt, weil es sich hier um einen Quotienten aus zwei Geschwindigkeiten handelt, wobei im Nenner die Lichtgeschwindigkeit steht.

Für $\beta = 1$ ergibt sich die einfachere Gleichung

$$(27a) \quad D(z; D_A) = D_A \left(1 - \frac{1}{(1+z)^{3/2}}\right) \quad .$$

Die Entwicklung von Gleichung (27) für kleine Rotverschiebungen z führt auf

$$(28) \quad D \approx \left(\frac{1}{2\beta} + 1 \right) D_A z \quad .$$

Wird diese Gleichung nach z aufgelöst und anschließend mit c multipliziert, ergibt sich

$$(29) \quad cz \approx \frac{c}{\left(\frac{1}{2\beta} + 1\right)} \frac{D}{D_A} \quad .$$

Hierdurch finden wir den heutigen Hubble-Parameter zu

$$(30) \quad H_A = \frac{c}{\left(\frac{1}{2\beta} + 1\right) D_A} \quad .$$

Auch der Hubble-Parameter hängt demnach vom oben eingeführten Geschwindigkeitsquotienten β ab.

Für $\beta = 1$ erhalten wir

$$(30a) \quad H_A = \frac{2c}{3D_A} \quad .$$

Der Kehrwert hiervon ist die Hubble-Zeit für $\beta = 1$:

$$(30b) \quad t_{H_A} = \frac{3D_A}{2c} \quad .$$

Wir geben jetzt noch einen Ausdruck für $\gamma = 1/\beta$ an

$$(31) \quad \gamma = \frac{2c}{D_A \sqrt{\frac{8\pi G \rho_A}{3}}} = 2 \sqrt{\frac{D_A}{R_S}} = \frac{1}{\beta} \quad ,$$

der sich über die Gleichungen (3) bzw. (4) ergibt:

$$(32) \quad M = \frac{4\pi}{3} A r_S^3 = \frac{4\pi}{3} \rho_A S_A^3 r_S^3 = \frac{4\pi}{3} \rho_A D_A^3 \quad .$$

Mit $R_S = 2MG/c^2$ wurde der Schwarzschild-Radius der Masse M der Friedmann-Kugel eingeführt. Hierdurch kann die Gleichung (27) etwas umgeschrieben werden:

$$(27b) \quad D(z; D_A, \beta) = \frac{D_A}{(1+z)} \left[2 \sqrt{\frac{D_A}{R_S}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}} \right) + z \right] \quad .$$

Der Vergleich von Gleichung (27b) mit einem Hubble-Diagramm bestimmt demnach den heutigen Radius $D_A = S_A R_S$ der Friedmann-Kugel und deren Schwarzschild-Radius R_S .

Insgesamt ergibt sich, dass sich ein jeder Beobachter jeweils auf der Oberfläche aller um ihn herum denkbaren Friedmann-Kugeln befindet (zu jeder beliebigen Blickrichtung gehört je eine Friedmann-Kugel). Die von ihm beobachteten extragalaktischen Objekte befinden sich dann alle ihrer Rotverschiebung z entsprechend irgendwo zwischen dem Beobachter und dem Mittelpunkt der Friedmann-Kugel, der sich stets im aktuellen physikalischen Abstand $D_A = S_A R_S$ befindet. Dieser Abstand ändert sich mit der Zeit und bildet eine Sichtbarkeitsgrenze. Außerdem wirkt ein wachsender Grenzabstand D_A mit der Zeit vermindernd auf die oben eingeführte Geschwindigkeit V ein, weil R_S eine Konstante ist. Da die Gleichung (27) das physikalische Verhalten von Photonen im Universum beschreibt, könnte die Geschwindigkeit V in Gleichung (26) als effektive Lichtgeschwindigkeit c^* interpretiert werden:

$$(26a) \quad V = \frac{D_A}{2} \sqrt{\frac{8\pi G \rho_A}{3}} = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{R_s}{D_A}} = c_* \quad .$$

Diese ändert sich entsprechend D_A bzw. ρ_A mit der Zeit. Speziell gilt diese Aussage auch für den Fall $\beta = 1$.

1.3 Das Hubble-Gesetz

Das Hubble-Gesetz ergibt sich über die Definition der scheinbaren Helligkeit m

$$(33) \quad m - m_A = 5 \lg \frac{D}{D_A} \quad .$$

Hier wurde für D_A eine scheinbare Grenzhelligkeit m_A eingeführt. Das Einsetzen von Gleichung (27) in Gleichung (33) liefert sodann das gesuchte Hubble-Gesetz

$$(34) \quad m(z; m_A, \beta) = 5 \lg \left[\frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}} \right) + z \right] - 5 \lg (1+z) + m_A \quad .$$

Die zwei freien Parameter m_A und β können durch den direkten Vergleich mit einem Hubble-Diagramm bestimmt werden.

Für $\beta = 1$ ergibt sich die folgende einfache Gleichung

$$(34a) \quad m(z; m_A) = 5 \lg \left(1 - \frac{1}{(1+z)^{3/2}} \right) + m_A \quad .$$

1.4 Das Winkelausdehnungs-Rotverschiebungs-Gesetz

Dieses Gesetz ergibt sich für große Abstände über

$$(35) \quad \varphi = \arcsin \frac{\delta}{D} \approx \frac{\delta}{D}$$

zu

$$(36) \quad \varphi(z; \delta / D_A, \beta) = \frac{\delta}{D_A} \frac{(1+z)}{\frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}} \right) + z} \quad .$$

In dieser Gleichung ist φ die messbare Winkelausdehnung und δ die lineare Größe des beobachteten extragalaktischen Objektes.

Für $\beta = 1$ erhalten wir

$$(36a) \quad \varphi(z; \delta / D_A) = \frac{\delta / D_A}{1 - \frac{1}{(1+z)^{3/2}}} \quad .$$

In logarithmischer Form ergibt Gleichung (36)

$$(37) \quad \lg \varphi(z; \delta / D_A, \beta) = \lg \frac{\delta}{D_A} - \lg \left[\frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}} \right) + z \right] + \lg(1+z) \quad .$$

Mit $\beta = 1$ bekommen wir die vereinfachte Gleichung

$$(37a) \quad \lg \varphi(z; \delta / D_A) = \lg \frac{\delta}{D_A} - \lg \left(1 - \frac{1}{(1+z)^{3/2}} \right) \quad .$$

1.5 Das Anzahl-Rotverschiebungs-Gesetz

Im flachen euklidischen Raum gilt für das (Lichtweg-)Kugelvolumen die Gleichung

$$(38) \quad V = \frac{4\pi}{3} D^3 \quad .$$

Führen wir hier Gleichung (27) ein

$$(39) \quad V(z; D_A, \beta) = \frac{4\pi}{3} \frac{D_A^3}{(1+z)^3} \left[\frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}} \right) + z \right]^3 \quad ,$$

erhalten wir für das Anzahl-Rotverschiebungs-Gesetz

$$(40) \quad N(z; N_A, \beta) = \frac{N_A}{(1+z)^3} \left[\frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}} \right) + z \right]^3 \quad ,$$

worin N_A die im Kugelvolumen V_A erwartete Anzahl von Objekten bedeutet und außerdem

$$(41) \quad N_A = V_A \eta = \frac{4\pi}{3} D_A^3 \eta$$

gilt. Mit η wurde die Anzahldicke bezeichnet. In logarithmischer Form ergibt sich

$$(42) \quad \lg N(z; N_A, \beta) = 3 \lg \left[\frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}} \right) + z \right] - 3 \lg(1+z) + \lg N_A \quad .$$

Setzen wir auch hier $\beta = 1$, erhalten wir

$$(43) \quad \lg N(z; N_A) = 3 \lg \left(1 - \frac{1}{(1+z)^{3/2}} \right) + \lg N_A \quad .$$

2. Der Vergleich mit Messergebnissen der Astrophysik

2.1 Hubble-Diagramm

Das Ziel einer jeden astrophysikalischen Theorie ist es, möglichst gut mit den Messergebnissen der Astrophysiker überein zu stimmen. Wir wollen nun prüfen, von welcher Größenordnung die hier eingeführten

Parameter D_A und β sind. Hierfür eignet sich z.B. das Hubble-Diagramm nach J. Huchra u. a. 1983, wie die Abb. 1 zeigt:

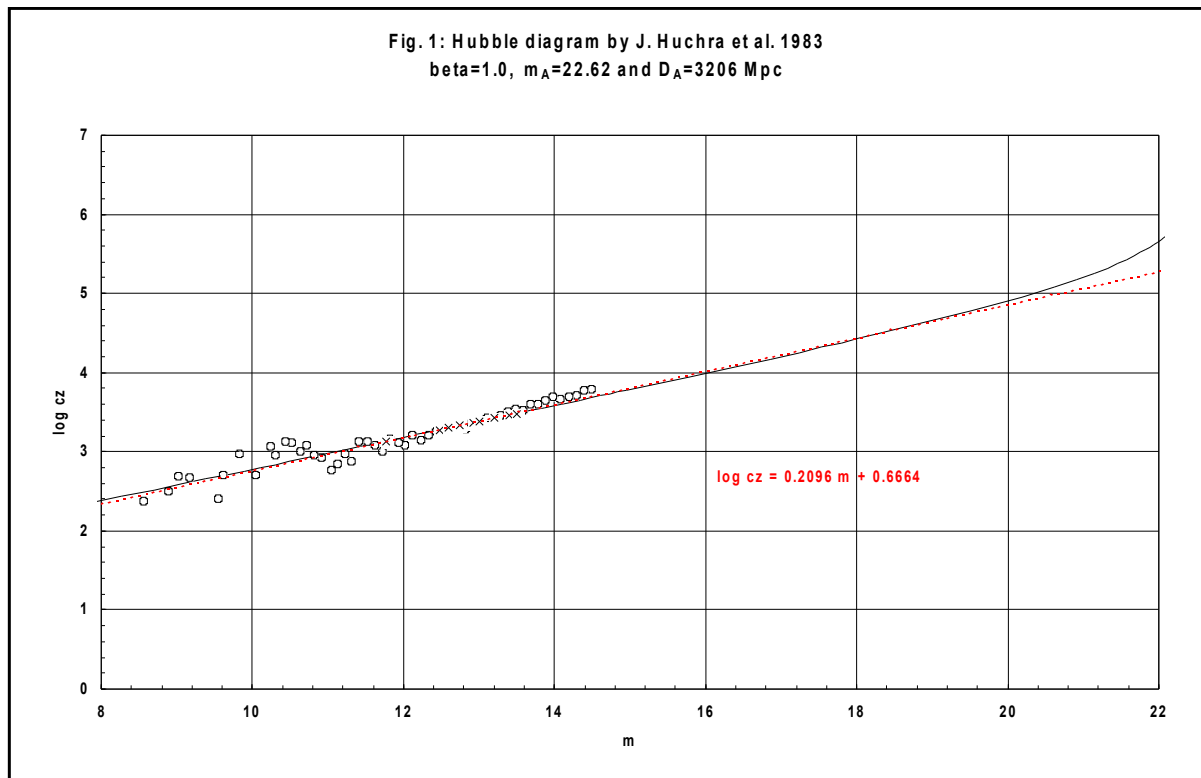


Abbildung 1: Hubble-Diagramm nach J. Huchra (1983)

Die Abb. 1 zeigt ganz deutlich die Krümmung der theoretischen Kurve für große Rotverschiebungen. Die Ursache hierfür ist die im Vergleich zu heute schnellere Expansion des Universums in der Frühzeit. Dieser Effekt ist unmittelbarer Ausdruck der Friedmann-Gleichung (5).

Mit diesem Hubble-Diagramm wird z.B. $\beta = 1,0$ gefunden, während sich für die scheinbare Grenzhelligkeit $m_A = 22,62$ ergibt. Natürlich sind auch andere Parameterkombinationen möglich. Welche Wertepaare tatsächlich der Wirklichkeit entsprechen, muss durch die Auswertung aller hier abgeleiteten astrophysikalischen Gesetze ermittelt werden. Hier geht es nur darum, das Prinzip der Auswertung zu erläutern.

Gelingt es uns, über m_A den Wert von D_A zu finden (Gl. 33), können Aussagen über die aktuelle Größe der Friedmann-Kugel, deren konstante Masse und in Folge davon über deren aktuelle Materiedichte getroffen werden. Außerdem können wir dann aus den gemessenen Rotverschiebungen sofort auf die zugehörigen absoluten Helligkeiten der Objekte schließen, wenn die kosmologische Rotverschiebung als einzig mögliche Komponente der Rotverschiebung extragalaktischer Objekte betrachtet wird.

Vorraussetzung hierfür ist, wenigstens ein extragalaktisches Objekt zu finden, das sich genau auf der theoretischen Kurve mit dem Parameterpaar $\beta = 1,0$ und $m_A = 22,62$ befindet und dessen absolute Helligkeit bekannt ist. Hierzu wurde die Literatur durchgesehen und folgende Objekte gefunden:

Objekt	cz [km / s]	lg cz	m	M	Quelle / Hinweise
M100 = NGC 4321	1560	3,193 1	10,2 6	-20,9	W. L. Freedman u.a., 1994
M96 = NGC 3368	899	2,953 8	10,3 2	-20	N. R. Tanvir u.a., 1995
NGC 5253	252	2,401 4	11,11	-19,8	A. Saha u.a., 1995
NGC 4571	343	2,535 3	12,0 9	-18,82	M. J. Pierce u.a., 1994
IC 4182	339	2,530 2	9,55	-19,92	A. Sandage u.a., 1992
Mittelwertobjekt	785,3	2,895 0	10,5 6	-19,91	ohne NGC 5253 !

Tabelle 1: Einige Galaxien mit bekannter absoluter Helligkeit

In der genannten Literatur nicht gefundene Messwerte wurden den Aufsätzen von J. Huchra u.a. (1983), R. C. Kraan-Korteweg u.a. (1979) und A. Sandage u.a. (1975) entnommen.

Leider befinden sich diese Galaxien allesamt nicht auf der theoretischen Kurve. Aber durch Mittelwertbildung ergibt sich ein Objekt, das der Kurve zumindest sehr nahe kommt, wie es die Abb. 2 zeigt:

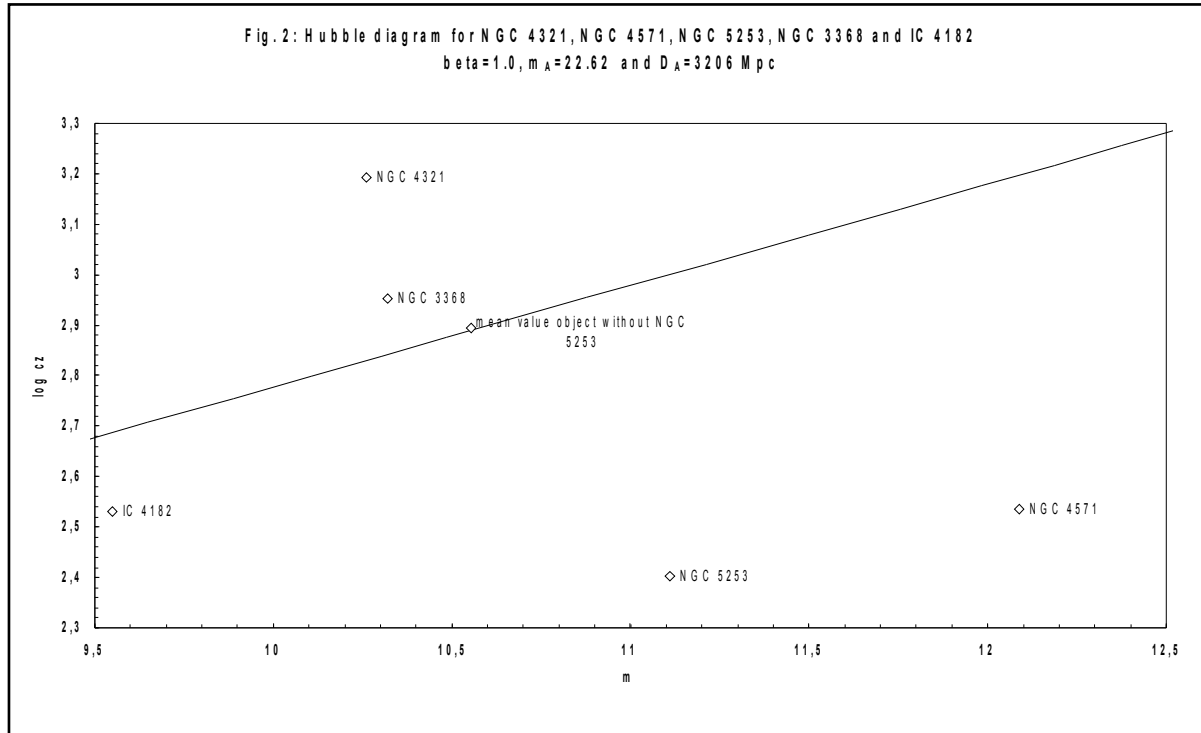


Abbildung 2: Hubble-Diagramm von Galaxien mit bekannter absoluter Helligkeit

Über die absolute Helligkeit des Mittelwertobjektes ergibt sich $D_A = 3206$ Mpc, wenn die Gleichung

$$(44) \quad D_A = 10^{\frac{m_A - M}{5} + 1}$$

verwendet wird. Dieses Ergebnis liefert den Hubble-Parameter $H_A = 62,34$ km/(s Mpc) und die zugehörige Hubble-Zeit $t_A = 15,7 \cdot 10^9$ Jahre, die gut zum Alter der ältesten Kugelsternhaufen passt. Mit $\beta = 1$ folgt der Schwarzschild-Radius $R_S = 4D_A = 12824$ Mpc und hieraus die Masse der Friedmann-Kugel zu $M = 2,67 \cdot 10^{56}$ g.

Nun folgen noch einige Worte zur Krümmung der theoretischen Kurve für große Rotverschiebungen. Eines der Ziele bei der Suche nach dem richtigen Hubble-Gesetz war die schlechte Übereinstimmung der Theorie aus der Literatur mit dem Hubble-Diagramm von Quasaren. Die Abb. 3 zeigt ein solches Diagramm für die Quasar-Daten von Véron-Cetty (2003) und die Radiogalaxie-Daten von A. Sandage (1972).

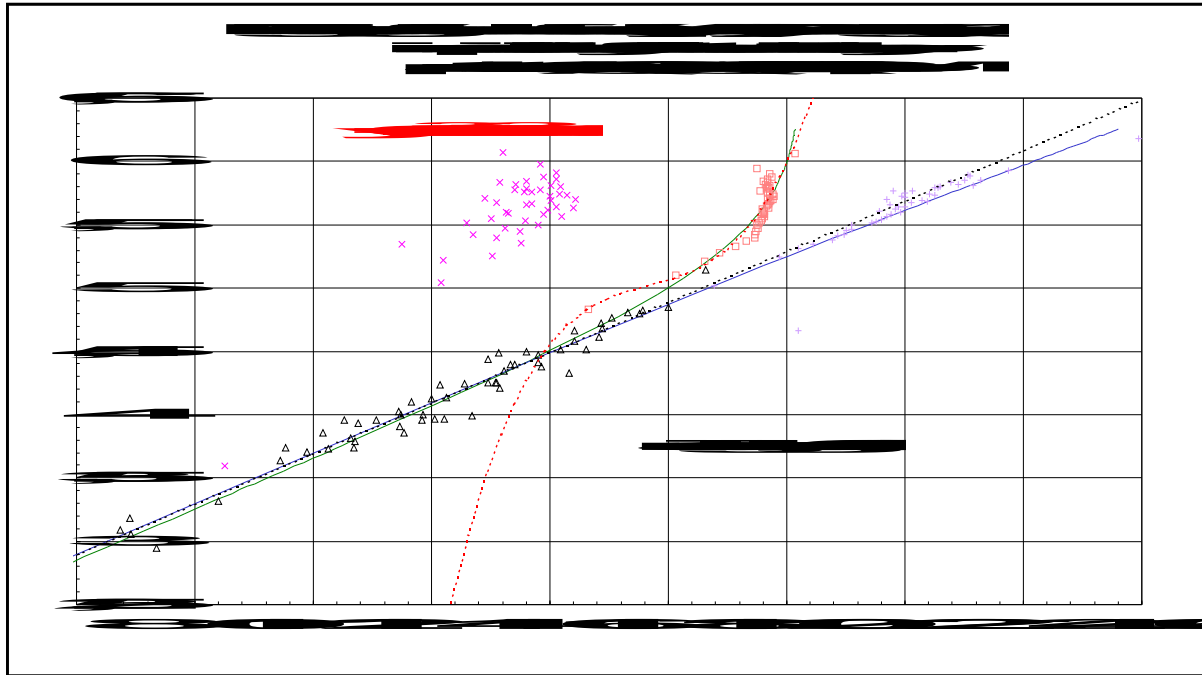


Abbildung 3: Hubble-Diagramm für 48690 Quasare nach M.-P. Véron-Cetty (2003)

Es erweist sich, dass die Quasare [45 $\log(cz)$ - m -Mittelwertpaare von 48690 Quasaren] am besten mit $\beta = 1$ beschrieben werden können. Dies ist auch der tiefere Grund dafür, warum bei der Festlegung von m_A mithilfe des Hubble-Diagramms nach J. Huchra (1993) $\beta = 1$ gewählt worden ist. Wird $\beta = 1$ als richtig anerkannt, ergibt sich, dass die heutige effektive Lichtgeschwindigkeit $V = c_*$ (Gleichung 26a) gerade mit der Lichtgeschwindigkeit c übereinstimmt! Dieses Ergebnis wäre unmittelbar einleuchtend.

Die gekrümmte durchgezogene Linie entspricht der hier abgeleiteten Hubble-Beziehung, die mit $M_0 = -22,27$ an die Intervallmittelwerte der Quasare (Quadrate) angepasst worden ist. Die gerade Linie entspricht der Theorie aus der Literatur. Sie wurde an die Radiogalaxien (Dreiecke) angepasst. Die gerade punktierte Linie ist die beste Kurve durch die Radiogalaxien. Die andere punktierte Kurve ist eine bestangepasste Kurve nur durch die Mittelwerte der Quasare, deren Gleichung ebenfalls im Bild angegeben ist. Die Kreuze links im Bild sind die maximalen scheinbaren Helligkeiten je Rotverschiebungsintervall, während die Pluszeichen rechts die minimalen scheinbaren Helligkeiten der Quasare repräsentieren. **Die Quasare sind mit etwa $M_Q = -22,27$ im Mittel etwas lichtschwächer als die hier zum Vergleich benutzten Radiogalaxien, für die $M_{RG} = -22,8$ gefunden wird. Die Quasare sind demnach weniger absolut lichtstark, als bisher angenommen worden ist.**

Die hier vorgestellte Theorie ist in der Lage, die durchschnittlichen Orte der Quasare im Hubble-Diagramm richtig zu erklären und deren bisher angenommenes Helligkeitsproblem zu beseitigen.

2.2 Winkelausdehnungs-Rotverschiebungs-Diagramm

Wir bleiben bei der Parameterwahl $\beta = 1$ und $m_A = 22,62$ und betrachten das Winkelausdehnungs-Rotverschiebungs-Diagramm nach K. Nilsson (1993), das die Abb. 4 zeigt:

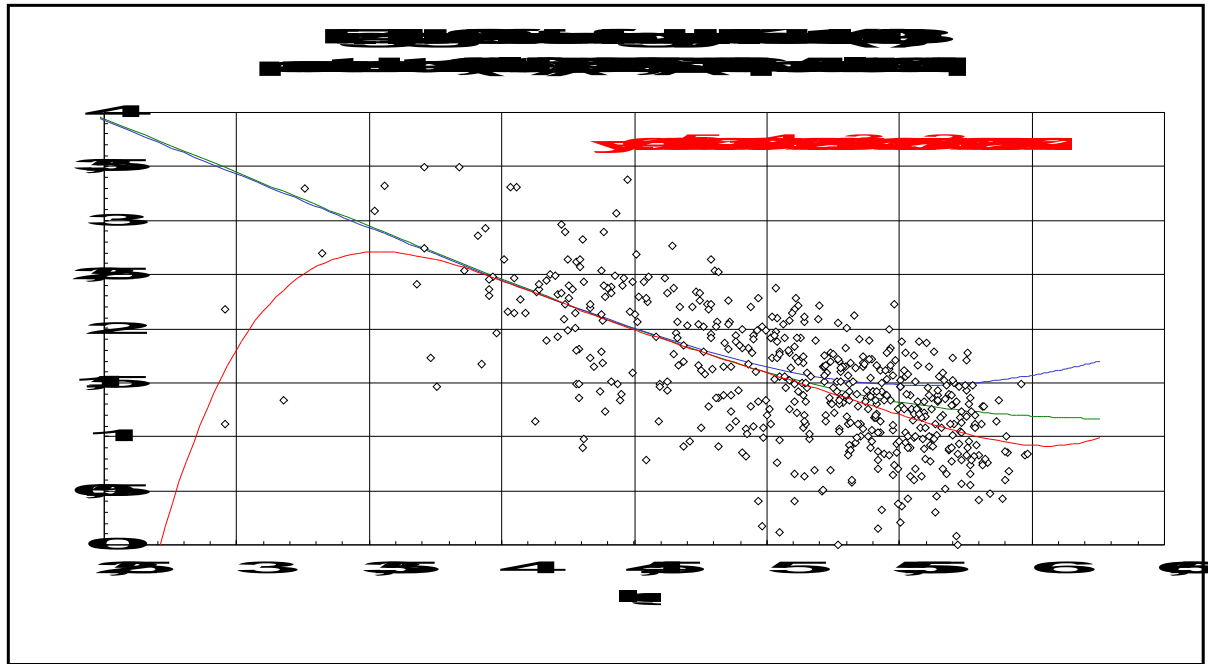


Abbildung 4: Winkelausdehnungs-Rotverschiebungs-Diagramm nach K. Nilsson (1993)

Hier ergibt sich für den Quotienten $\delta/D_A = 6,7 \cdot 10^{-5}$. Das bedeutet eine mittlere lineare Ausdehnung der Objekte von $\delta = 0,215$ Mpc.

Das Bild lässt erkennen, dass die Theorie aus der Literatur für den flachen euklidischen Raum, die obere gekrümmte Kurve, weniger gut zu den Messwerten passt, als die hier vorgestellte Theorie. Die untere gekrümmte Kurve ist eine bestangepasste Kurve durch die Messwerte, deren Formel ebenfalls im Diagramm angegeben ist.

2.3 Anzahl-Rotverschiebungs-Diagramm

Auch hier wählen wir wieder $\beta = 1$ und $m_A = 22,62$, um das folgende Anzahl-Rotverschiebungs-Diagramm auszuwerten.

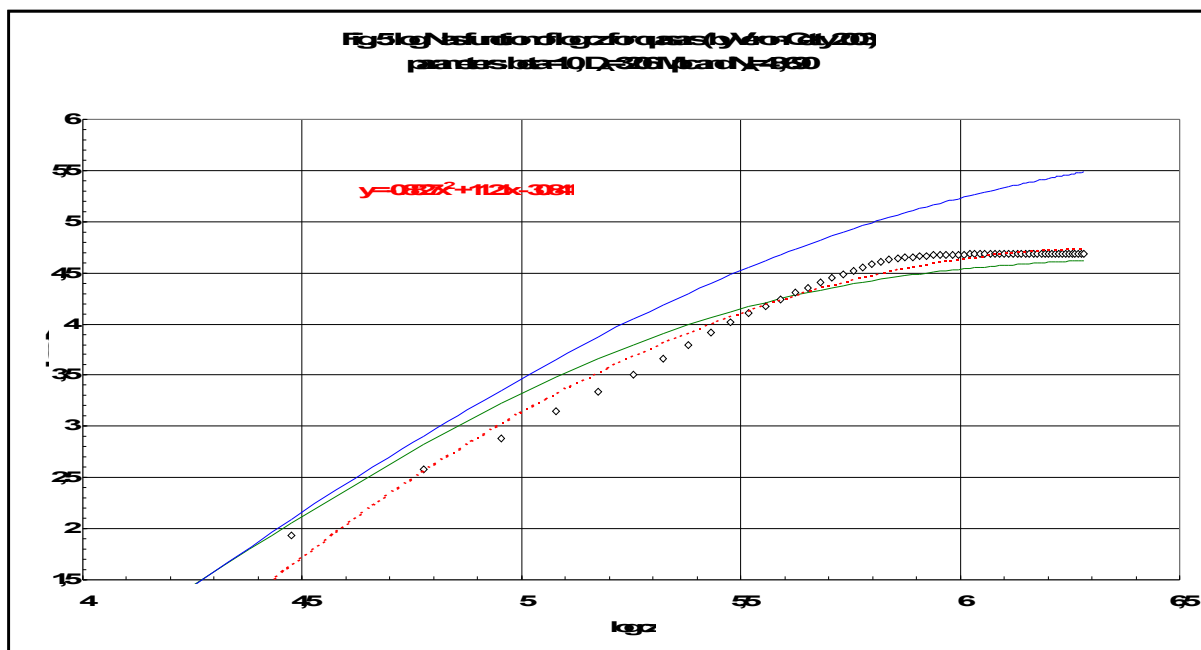


Abbildung 5: Anzahl-Rotverschiebungs-Diagramm für 48690 Quasare nach M.-P. Véron-Cetty (2003)

Der Einfachheit halber wurde in dieser Abbildung $N_A = 48690$ gewählt, was gerade der Anzahl der Quasare im Katalog von Véron-Cetty (2003) entspricht, für die dort die Rotverschiebung jeweils angegeben ist. Die obere Kurve entspricht wieder der Theorie für den flachen euklidischen Raum aus der Literatur, während die untere durchgezogene Kurve die hier abgeleitete Theorie wiedergibt. Die punktierte Kurve ist eine bestangepasste Kurve, deren Formel ebenfalls im Diagramm angegeben ist. Die Theorie aus der Literatur erwartet für große Rotverschiebungen fast die 100-fache Anzahl von Quasaren gegenüber der hier vorgestellten Theorie. Das ist mit Sicherheit falsch. Dass Theorie und Messreihe nicht ganz genau übereinstimmen, mag daran liegen, dass Entwicklungseffekte eine Rolle spielen könnten, die aber bei der hier vorliegenden Ableitung der Gleichung (43) nicht berücksichtigt worden sind.

3. Anhang

In den Lehrbüchern wird die beobachtete Galaxie in der Regel in den Koordinatenursprung versetzt. Dies entspricht dem Ansatz $r_Q = 0$ in Gleichung (18)

$$(A19) \quad S_A r_S = \frac{2c}{\sqrt{\frac{8\pi G \rho_A}{3}}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}} \right) .$$

Dieser heutige physikalische Abstand der Beobachter-Galaxie $S_A r_S$ vom Koordinatenursprung wird anschließend in die Beziehung

$$(A20) \quad D_m = (1+z) S_A r_S$$

für den zuvor definierten Helligkeitsabstand D_m eingesetzt, mit dem Ergebnis

$$(A21) \quad D_m = \frac{2c}{\sqrt{\frac{8\pi G \rho_A}{3}}} \left(1 + z - \sqrt{1+z} \right) .$$

In den Gleichungen (A20) und (A21) steht der Index m für das Symbol m der scheinbaren Helligkeit.

Der Faktor $(1+z)$ von Gleichung (A20), der den Abstand $S_A r_S$ dehnt, wird in den Lehrbüchern zusätzlich eingeführt, um die durch die Expansion des Universums verursachte Vergrößerung der von der Strahlung am Ort des Beobachters durchdrungenen Fläche zu berücksichtigen, auf die sich die abgestrahlte Energie zum Zeitpunkt t_A verteilen muss. Der Vergleich von Gleichung (A21) mit den Messwerten der Astronomie zeigt aber deutlich, dass diese Gleichung trotz des Korrekturfaktors nicht die richtige sein kann. Die Einführung eines solchen Faktors ist überflüssig, wenn zur Ableitung des Hubble-Gesetzes die richtige Abstandsbeziehung (18) zwischen den zwei zu betrachtenden Galaxien benutzt wird und nicht die falsche Gleichung (A19).

Die Ursache für die Expansion des Universums ist die in ihm enthaltene Masse bzw. deren Dichte. Sie sorgt dafür, dass sich der Skalenparameter mit der Zeit ändert. Um diese Aussage zu überprüfen, setze man die Materiedichte in der Friedmann-Gleichung einfach auf null. Ein jeder Kosmologe muss sich nun fragen, wo genau diese Masse im Universum lokalisiert ist. Er kann hierfür einen Anhaltspunkt gewinnen, wenn er sich die passenden Gedanken aus der klassischen Newtonschen Kosmologie leiht. Dort hat er sich eine Massenkugel vorzustellen, deren Radius sich mit der Zeit verändert (z.B. wächst). Dies bedeutet, dass sich die in Frage kommende Masse vollständig innerhalb dieser Kugel befindet, und sie dort nach dem Kosmologischen Prinzip gleichmäßig verteilt ist und auch bleibt. In der relativistischen Kosmologie übernimmt das zeitlich veränderliche Produkt aus Skalenparameter und Koordinatenabstand $R(t) = S(t)r$ die Rolle des physikalischen Radius der Massenkugel, und es gilt auch hier, dass sich die gesamte in Betracht kommende Masse innerhalb dieser Kugel befindet. In der Literatur wird jede einzelne beobachtete Galaxie in einen „eigenen“ Koordinatenursprung versetzt (es gibt hier so viele Koordinatenursprünge, wie Galaxien gezählt werden können!), egal in welcher Entfernung vom Beobachter sie auch ist. Da sich wegen der Verwendung des Massenerhaltungssatzes bei der Integration der Friedmann-Gleichung die gesamte Masse immer innerhalb einer Kugel mit dem Radius $S_A r_S$ befinden muss, ergibt sich durch das Nullsetzen von r_Q ein Widerspruch, der zum falschen Rotverschiebungsabstand führt, trotz der künstlichen „Intensitäts-Korrektur“ mit einem Faktor $(1+z)$.

Die gleichzeitige Verwendung des Massenerhaltungssatzes (3) beim Integrieren der Gleichung (12) und des Nullsetzens von r_0 ist der wesentliche Fehler, der sich in die Literatur bereits vor sehr vielen Jahren eingeschlichen hat, und der in der Fachliteratur seit Jahrzehnten immer wieder reproduziert wird. Hierdurch kann das Hubble-Gesetz aus den Lehrbüchern und der sonstigen Literatur nicht zufriedenstellend mit den Messergebnissen der Astronomie zur Deckung gebracht werden.

Literatur:

- Freedman, W. L., et al., 1994, Nature, **371**, 757
Huchra, J.; Davis, M.; Latham, D. und Tonry, J.:
The Astrophysical Journal Supplement Series, **52** (1983), S.89
Kraan-Korteweg, R. C. und Tammann, G. A.:
Astronomische Nachrichten **300** (1979), Heft 4, S.181
Pierce, M. J.; Welch, D. L.; McClure, R. D.; van den Bergh, S.; Racine, R. und Stetson, P. B.:
Nature **371** (1994), S.385
Saha, A.; Sandage, A.; Labhardt, L.; Schwengeler, H.; Tammann, G. A.; Panagia, N. und Macchetto, F. D.:
The Astrophysical Journal, **438** (1995), S.8
Sandage, A.:
The Astrophysical Journal, **178** (1972), S.25
Sandage, A. und Tammann, G. A.:
The Astrophysical Journal, **196** (1975), S.313
Sandage, A.; Saha, A.; Tammann, G. A.; Panagia, N. und Macchetto, D.:
The Astrophysical Journal, **401** (1992), L7
Sandage, A. R.:
in Sandage, A.; Kron, R.G. und Longair, M. S.:
The Deep Universe, Springer-Verlag, 1995,
(Saas-Fee Advanced Course 23, Lecture Notes 1993,
Swiss Society for Astrophysics and Astronomy,
Herausgeber: B. Binggeli und R. Buser)
Tanvir, N. R., Shanks, T., Ferguson, H. C., Robinson, D. R. T., 1995, Nature, 377, 27
Nilsson, K.; Valtonen, M. J.; Kotilainen, J. und Jaakkola, T.:
The Astrophysical Journal, **413** (1993) S.453
Véron-Cetty, M.-P. & Véron P.:
"A Catalogue of Quasars and Active Nuclei", 11th edition, August 2003, <http://www.obs-hp.fr>

Copyright:

Dieser Text untersteht dem deutschen und internationalen Urheberrecht, d.h. die Veröffentlichung, Übersetzung, Übertragung auf andere Medien etc. - auch von Teilen - ist nur nach vorheriger Genehmigung des Autors gestattet.
Die Rechte von Teilen einiger Abbildungen liegen bei den Verlagen der jeweils angegebenen Quelle.

Copyright by Steffen Haase, Greifswald (1998) and Leipzig (1999)

Letzte inhaltliche Änderung: 27.03.2005
Letzte Schreibfehlerkorrektur: 27.03.2005